Se un polinomio è divisibile per un monomio, il quoziente è il polinomio ottenuto dividendo ogni termine del polinomio per il monomio.

ESEMPIO

$$(5a^6 - 6a^4 + 2a^3) : (2a^2) = \frac{5}{2}a^4 - 3a^2 + a;$$

$$\left(\frac{7}{3}a^3b^2 + \frac{1}{2}a^2b - 5b\right) : b = \frac{7}{3}a^3b + \frac{1}{2}a^2 - 5.$$

Ci sono casi in cui un polinomio non è divisibile per un monomio.

ESEMPIO $a^2 + a + 1$ non è divisibile per a^3.

▶ Dividi il polinomio per il monomio, quando è possibile.

- $8y^7 - 2y^6 + 10y^4$, $2y^3$
- $6a^2 + 9a + 3$, $3a$
- $4bc^4 - b^2c^2$, $3bc^2$

La divisione esatta fra due polinomi

DEFINIZIONE

Divisibilità fra polinomi

Un polinomio A è divisibile per un polinomio B, non nullo, se esiste un polinomio Q che, moltiplicato per B, dà A.

$A : B = Q$ **se e solo se** $B \cdot Q = A$.

A è il **dividendo**, B il **divisore**, Q il **quoziente**.

Listen to it

A polynomial *A* is **divisible** by a polynomial *B*, that is *different from zero*, if there exists a polynomial *Q* such that *A* equals *B* times *Q*.

ESEMPIO $A = 2x^7 + x^5 - 6x^3 + 8x^2 - 3x + 4$ è divisibile per $B = 2x^2 + 1$.

Infatti, esiste il polinomio $Q = x^5 - 3x + 4$ tale che

$$(2x^2 + 1)(x^5 - 3x + 4) = 2x^7 - 6x^3 + 8x^2 + x^5 - 3x + 4.$$

▶ Spiega perché il polinomio $x^3 + 1$ *non* può essere divisibile per $x^5 + 2$.

Il grado del polinomio quoziente

Sappiamo che il grado del polinomio prodotto è la somma dei gradi dei polinomi fattori: dunque, poiché $B \cdot Q = A$, se A è di grado n e B è di grado p, il grado di Q deve essere $n - p$, con $n \geq p$.

ESEMPIO Nell'esempio precedente, il grado di A è 7, il grado di B è 2, il grado del polinomio quoziente Q è 5, cioè $7 - 2$.

La divisione con resto fra due polinomi

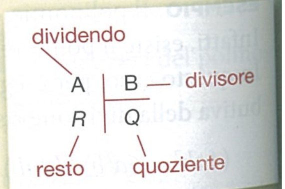
Possiamo eseguire la divisione fra due polinomi anche se uno non è divisibile per l'altro. Si può dimostrare la seguente proprietà.

TEOREMA

Dati i polinomi A e B nella variabile x, con B non nullo e con il grado di B minore o uguale al grado di A, esistono sempre i polinomi Q e R tali che:

$A = B \cdot Q + R$.

Q è il polinomio **quoziente** e R il polinomio **resto**.



Listen to it

If you divide a polynomial *A*(*x*) by a non-zero polynomial *B*(*x*) whose degree is *less than or equal* to that of *A*(*x*), you will get a quotient polynomial *Q*(*x*) and a remainder *R*(*x*). The degree of *R*(*x*) must be less than the degree of *B*(*x*).

Il grado di Q è la differenza fra il grado di A e il grado di B; il grado di R è minore del grado di B.